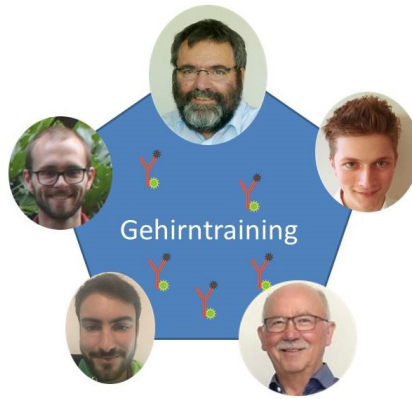


ANTIKÖRPERCHALLENGE  
SFZ TUTTLINGEN  
28. APRIL 2020



## Niveau: Oberstufe/ÜFlie Aufgabe 9

Wir betrachten die trigonometrischen Funktionen Sinus und Cosinus. Für manche Winkel sind hierbei Werte bekannt, die sich allein durch Wurzeln darstellen lassen. Diese sollen nun untersucht werden, wir betrachten hierbei nur Winkel zwischen  $0^\circ$  und  $90^\circ$ . Folgende Formeln dürfen ohne Beweis benutzt werden:

$$\begin{aligned}\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) &= 1, \\ \sin(\alpha \pm \beta) &= \sin(\alpha) \cos(\beta) \pm \cos(\alpha) \sin(\beta), \\ \cos(\alpha \pm \beta) &= \cos(\alpha) \cos(\beta) \mp \sin(\alpha) \sin(\beta).\end{aligned}$$

Natürlich ist es möglich, hierzu online einiges zu finden. Ich würde euch bitten, erst mal selber zu überlegen und falls ihr doch etwas Externes benutzt, sämtliche Beweise sauber in euren eigenen Worten verständlich aufzuschreiben, sodass man keine externen Quellen mehr zum Verstehen eurer Lösung benötigt.

### Teil I: Oberstufe

(a) Leite aus den obigen Formeln die Halbwinkelformel

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 + \cos(\alpha)}{2}}$$

her.

(b) Überlege dir einen geometrischen Beweis für  $\sin(45^\circ) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$  und für  $\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$ .

(c) Berechne nun  $\sin(15^\circ)$ ,  $\cos(15^\circ)$ .

Einsendeschluss an [gehirntraining@sfz-bw.de](mailto:gehirntraining@sfz-bw.de) bis zum 01. Mai 2020 um 18:00 Uhr.

## Teil II: ÜFlie

Ich möchte darauf hinweisen dass (zugegeben im Gegensatz zu vielen anderen ÜFlie-Aufgaben) auch dieser Teil eigentlich recht machbar sein sollte. Ihr dürft also gerne hier nochmal Punkte sammeln.

(d) Überlege dir einen geometrischen Beweis zur Bestimmung von  $\sin(18^\circ)$ .

(Tipp: Fünfeck.)

(e) Verifiziere damit

$$\cos(3^\circ) = \frac{2(\sqrt{3} + 1)\sqrt{5 + \sqrt{5}} + \sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{5} - 1)}{16}.$$

(f) Charakterisiere alle Winkel, die man durch Anwenden der obigen Tricks erhalten kann und gib eine Anleitung an, wie man sie berechnen könnte.

Einsendeschluss an *gehirntraining@sfz-bw.de* bis zum 05. Mai 2020 um 18:00 Uhr.