

ANTIKÖRPERCHALLENGE
SFZ TUTTLINGEN
13. APRIL 2020



Niveau: Mittelstufe Aufgabe 9

Heute wollen wir, dass ihr ein wenig im Internet forscht und dieses Wissen dann anwendet.

- (a) Ihr wisst sicher, was eine Primzahl ist. Bitte schreibt alle Primzahlen bis 110 auf. (Dafür gibt es noch keine Punkte, das war zu leicht...)
- (b) Jetzt geht es los. Wisst ihr auch was eine MirpZahl ist? Bitte schreibt eine Definition auf und alle Mirpzahlen bis 110.
- (c) Wisst ihr denn was eine palindromische MirpZahl ist? Bitte schreibt eine Definition auf und alle palindromischen Mirpzahlen bis 110.
- (d) Welchen mathematischen Zusammenhang gibt es denn zwischen Primzahlen, MirpZahlen und palindromischen Mirpzahlen?
- (e) Als letztes noch die Frage nach Primzahlzwillingen. Bitte schreibt eine Definition auf und alle Primzahlzwillinge bis 110.

Aufgabe 10

Ein berühmtes Problem aus der Mathematik ist das Collatz-Problem. Dabei befolgt man folgende Vorschrift:

Man beginnt bei einer beliebigen natürlichen Zahl. Ist sie gerade, so halbiert man sie. Ist sie ungerade, so multipliziert man sie mit drei und addiert eins. Dies macht man immer so weiter.

Startet man beispielsweise mit der 5 so ergibt sich die Collatz-Folge:

$$5 \rightarrow 3 * 5 + 1 = 16 \rightarrow 16/2 = 8 \rightarrow 8/2 = 4 \rightarrow 4/2 = 2 \rightarrow 2/2 = 1 \rightarrow 3 * 1 + 1 = 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \dots$$

Die Collatz-Vermutung besagt nun, dass ganz egal mit welcher Zahl man startet, man immer im Kreis 4,2,1,4,2,1 ... landet. Obwohl die Vermutung schon im Jahr 1937 formuliert wurde und Computer längst für alle Zahlen kleiner als 100 Trillionen bestätigt hat, ist es noch keinem Mathematiker gelungen zu beweisen, dass dies bei allen natürlichen Zahlen so ist.

Schaut euch nun die Aufgaben auf der zweiten Seite an. Dabei ist die (c) echt knifflig. Wenn Ihr die nicht lösen könnt, dann könnt ihr trotzdem die Aufgabe (d) wieder versuchen.

- (a) Wer oder was ist Collatz? (Keine Sorge, es ist kein neues Virus...)
- (b) Schreibe die Collatz-Folge für die Zahl 36 auf.
- (c) Falls die Collatz-Vermutung doch falsch wäre, so gibt es eine kleinste Zahl die nicht im Zyklus 4,2,1 landet. Argumentiere warum solch eine minimale Zahl immer bei Division durch 4 den Rest 3 lässt.
Tipp: Betrachte die vier Fälle mit Rest 0,1,2 und 3 wenn man die Startzahl durch 4 teilt, und argumentiere dann jeweils einzeln.
- (d) Welchen Vorteil haben wir durch (c) für die Programmierer die eine Zahl suchen, die eine Zahl sein könnte, die die Collatz-Vermutung widerlegt?

Einsendeschluss an gehirntraining@sfz-bw.de bis zum 16. April 2020 um 18:00 Uhr.