

ANTIKÖRPERCHALLENGE
SFZ TUTTLINGEN
10. APRIL 2020



Niveau: Oberstufe Aufgabe 4

Gegeben sei eine Polynomfunktion f vom Grad 3 mit den Nullstellen -4 , -2 und 1 , dem y -Achsenabschnitt 2 und dem Definitionsbereich \mathbb{R} :

(a) Bestimme die Funktionsgleichung von f in der Linearfaktorenform.

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto f(x) := a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$$

(b) Berechne die Tangenten t_1 , t_2 und t_3 an die Kurvenpunkte mit den Abszissen (= x-Werten) $x_1 = -3$, $x_2 = -1,5$ und $x_3 = -\frac{1}{2}$.

(c) Wo schneiden die obigen Tangenten die x -Achse?

(d) Welcher Zusammenhang zwischen den Nullstellen der Funktion, Nullstellen der Tangenten und speziellen Abszissen der Kurvenpunkte, wo wir die Tangente bilden, fällt dabei auf?

(e) Beweise, dass dieses Phänomen für ein beliebiges Polynom von Grad 3 der Form

$$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto g(x) := a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$$

gilt, wenn drei verschiedene Nullstellen $x_1 < x_2 < x_3 \in \mathbb{R}$ und eine beliebige Konstante $a \neq 0$ existieren.

Einsendeschluss an gehirntraining@sfz-bw.de bis zum 14. April 2020 um 18:00 Uhr.